O MÊDO DA MATEMÁTICA

MOSAICO DA CULTURA
N.º 1002

FELIX AUERBACH
Antigo Professor da Universidade de Jena

O MÊDO DA MATEMÁTICA

TRADUÇÃO
de
MÁRIO DE CAÍRES

EDITORA ARGO LISBOA
MCMXXXIX

O MÊDO DA MATEMÁTICA

I

SE há coisas que inspiram temor ao homem, uma delas é, sem dúvida, a Matemática. Êste mêdo da Matemática é um facto incontestável, e aqueles de quem êle se apodera, ou o confessam sem rodeios, ou o manifestam claramente na sua conduta. E tal sentimento predomina nos mais variados sectores sociais, desde os espíritos mais simples até aos mais esclarecidos, ao escol intelectual, que, cultivando o espírito sob todos os aspectos concebíveis, acusa todavia esta deficiência. Mas nem sempre o mêdo se apresenta na sua forma pura; muitas vezes aparece-nos misturado com outros sentimentos, como a indiferença, o desprezo e até o horror, o que não raro nos faz duvidar se realmente estoutros sentimentos se não haverão, até certo ponto, manifestado apenas para encobrir o mêdo. Casos há, porém, em que o mêdo nos surge independentemente de qualquer dos sentimentos indicados, e então os que o sentem manifestam, mais ou menos declaràdamente, o seu pesar por não serem capazes de dominá-lo.

Seria deveras interessante, se não fôra o levar-nos demasiado longe, estudar e analisar as diversas modalidades do mêdo e a sua simbiose com o desprezo e o horror nos seus representantes mais célebres, dentre os quais sobressaem Goethe e Schopenhauer. A respeito de Schopenhauer preferimos, porém, calar-nos, no seu próprio interesse, uma vez que, levado pelo seu cego furor contra a Matemática, não teve pejo de falsificar, da maneira mais grosseira, uma opinião do genial matemático, físico e filósofo que foi Lichtenberg, para a fazer valer em seu favor. E ainda pior se conduziu para com Descartes, seu par na Filosofia, cujas idéias e opiniões — e demais servindo-se de fontes indirectas — êle de tal forma desenquadrou do conjunto, que as transformou precisamente no seu oposto, procedimento que produz um efeito tanto mais ridículo, quanto é certo que Descartes foi justamente um dos grandes pioneiros do pensamento e da visão matemática das coisas. Quanto a Goethe, o problema, como todos os que dizem respeito a êste espírito extraordinário, arriscaria perder-se no ilimitado, se não nos cingíssemos a formulá-lo de modo muito sucinto. Em Goethe, seria insensato falar de mêdo no sentido vulgar do termo. Tudo

que êle fazia ou deixava de fazer assentava em razões perfeitamente ponderadas, assim, êle próprio refutou indignado a opinião, já corrente ainda em sua vida, que o considerava como adversário e inimigo da Matemática, declarando expressamente que ninguém a tinha em maior apreço do que êle, porisso que ela realizava precisamente aquilo que lhe ficara por completo interdito. Ora justamente neste último ponto, Goethe recaiu naquele êrro fatal, de que dentro em pouco falaremos. E chamamos-lhe "êrro„ porque, neste caso, nenhum homem pensante precisa dar-se por vencido, e "fatal„ porque, se não fôra êle, ter-lhe-ia sido poupada a maior, ou, pelo menos, uma das maiores desilusões da sua vida. Com efeito, a sua teoria das cores, que tão grata lhe era, teria desde logo, dada a sua extraordinária capacidade de observação e reflexão, produzido lisonjeiros resultados, se a ausência do pensar matemático a não houvesse feito vacilar.

Se abstrairmos dos casos individuais, verificamos que o mêdo da Matemática surge geralmente com carácter epidémico, ou mesmo endémico. Já nos bancos da escola êle se mostra contagioso. Em muitas disciplinas, como, por exemplo, a Física, em que era muito frequente e ainda 110 século XIX sacrificava numerosas vítimas, pode considerar-se extinto, graças a certos métodos de vacinação eficazes. Na Química, já se deu, pelo menos, uma melhoria bastante considerável, se bem que ainda não hajam sido abrangidos todos os sectores. De lamentar, porém, é o que se passa ainda noutros domínios importantes da actividade do espírito humano, dos quais por agora apenas citaremos dois: a Biologia e a Economia.

O factor mais desfavorável e que constitue o maior obstáculo a todo o processo curativo é precisamente o mêdo em si. Como se sabe, o momento psíquico desempenha em muitas doenças um papel decisivo, até mesmo quando ainda não se conhece a sua correlação. £ por êste motivo que muitas vezes, em tempo de epidemia de peste, se tem recomendado às populações que não se deixem dominar pelo sentimento do mêdo, pois êste só pode agravar a situação. A-pesar-de tudo que se possa objectar à doutrina kantiana do poder do factor psicológico, segundo a qual, é possível dominar os sentimentos mórbidos só pela simples deliberação de o fazer, não é todavia possível negar que as considerações de Kant têm um profundo sentido. Em Medicina, o método antiséptico provocou uma enorme revolução, mas êste, por sua vez, teve que ceder perante o método aséptico, visto como ó evidentemente preferível não deixar sequer

formar-se a infecção a combatê-la, quundo ela já existe. Igualmente na Matemática terão que empregar-se todos os meios convenientes para combater o mêdo e acabar com êle por uma vez. Simplesmente, o método mais adequado e radical, e por conseguinte o que deve preferir-se, é ainda neste caso o aséptico, isto é, o tratamento profilático, tendente a impedir que surja, ainda em tenra idade, o mêdo da Matemática.

O mêdo pode ser de espécies muito diferentes. Há, porém, que distinguir sobretudo duas formas típicas, a que chamaremos *mêdo legitimo* e *mêdo ilegítimo.*

O mêdo legítimo fundamenta-se perfeitamente na essência dc seu objecto; é, segundo as circustâncias, até certo ponto justificado e tem, por vezes, consequências realmente favoráveis. Basta pensar 110 exemplo característico de mêdo legítimo : o mêdo de Deus. Para designar esta espécie de mêdo usa-se uma palavra especial: o *respeito,* cuja essência se compreenderá melhor, se a compararmos ao seu oposto, isto é, ao *receio.* De Deus não se tem *receio,* assim como não se tem *respeito* pelo dentista. Portanto, o receio é o mêdo no sentido vulgar, ao passo que o respeito é o mêdo no sentido elevado. O mêdo da Matemática não é, geralmente, de carácter tão extremo, mas pode, no entanto, dizer-se que está bem mais próximo do receio do que do respeito; e logo que aquele que êle ataca ouse passar do "receio" para o "respeito", já tem meio caminho andado, pois o respeito é o limiar que, tal como no caminho para Deus, é preciso transpor, para chegar ao amor.

O mêdo legítimo, justificado, pode, como dissemos, ter consequências francamente favoráveis. Com efeito, uma vez que se sabe o que se teme, podem, desde que se vença a indolência inata do homem, tomar-se providências que, a breve trecho, tornam o mêdo supérfluo. Na índia, o número de óbitos anuais por mordedura de serpentes apresentou, durante dezenas de anos, uma assustadora inalterabilidade estatística. Todavia, logo que os naturais, vencendo a indolência, começaram a usar calçado, aquela cifra baixou para uma fracção do seu valor primitivo. Por outro lado, a ausência do mêdo pode, em determinadas circunstâncias, ter consequências deveras más. Pense-se só no benefício que para todos nós resultaria, se os homens tivessem mêdo do piano *e* da tela cinematográfica . . .

Mas, no assunto de que estamos tratando, o mêdo pertence, na grande maioria dos casos, ao outro tipo, o qual se encontra com extraordinária frequência. É, numa palavra, o que se chama o "mêdo por desconhecimento„. O europeu ingénuo que chega a Samatra tem mêdo do tigre; o experto conhecedor da floresta virgem não o teme, porque sabe que o tigre, em circunstâncias normais, não ataca o homem adulto, e procede, portanto, de maneira que essas circunstâncias se não alterem. Mesmo quando isso, por qualquer motivo, suceda, está certo de levar a melhor. Claro que também o indígena, pela sua parte, teme o tigre que lhe rouba o gado e, às vezes, até os filhos, mas êste mêdo é "respeito", o que se revela bem no facto de nunca lhe chamar tigre, mas, antes, de se lhe referir, tratando-o por avô ou de qualquer outra forma respeitosa. O mêdo do raio só se justifica, enquanto se não sabe que a morte por êle provocada é uma das mais raras que vitimam os homens, e que os poucos casos que anualmente se verificam podiam, na sua maior parte, ter-se evitado.

O mêdo da Matemática pertence, na maioria dos casos, à categoria do "mêdo por desconhecimento", devendo tomar-se a palavra desconhecimento em tôda a sua extensão e incluir-se, portanto, o caso em que se julga saber o que é a Matemática, mas se entende por tal nome uma coisa absolutamente errada. Ora esta espécie de desconhecimento é quási ainda pior do que o puramente negativo. De-resto, isto revela-se bem no contra-senso, não poucas vezes ridículo, de certas afirmações nêle baseadas, como, por exemplo, esta: "Na minha especialidade, a Matemática não se mostrou eficiente; conduziu a resultados falsos", afirmação que está quási no mesmo nível desta outra: "Na nossa região, não podemos fiar-nos no Sol, pois êle aqui engana". O Sol e a Matemática nunca enganam, o que não impede, está claro, que o homem, por vezes, os observe e trate erradamente. Ora êste mesmo facto impõe-lhe o dever de, no futuro, proceder com mais cuidado.

Quando o mêdo da Matemática provém do desconhecimento, depara-se-nos ainda mais uma questão: Donde provém êste desconhçcimento, a que — seja-nos lícito exprimir-nos assim — o "devemos"?

O desconhecimento da Matemática *é* devido à Escola. Eu poderia, ao afirmar isto, ser mais cuidadoso e colocar a frase no passado, dizendo que êle *foi* devido à Escola. Realmente, não se pode negar que actualmente a situação é melhor sob muitos aspectos. Mas a verdade é que ainda não é boa, e *boa* neste caso, como em tantos outros, significa mais que *melhor*. Já em tempos passados houve professores, e certamente hoje em dia os haverá ainda em maior número, que ensinavam a Matemática de excelente maneira, pelo que se refere ao seu conteúdo material e às

suas particularidades; mas há muito poucos, e dantes talvez não houvesse um só, que satisfaçam à condição primeira, que é, ao mesmo tempo, a mais importante, ou seja o começar por onde se deve necessariamente fazê-lo, para que todo o ensino encontre interesse e compreensão: pelo problema do sentido e essência da Matemática. A êste respeito, o que de princípio se descuida nunca mais poderá ser remediado, porque, a breve trecho, se tem já firmado o preconceito de que a Matemática é algo de esotérico que não está ao alcance das pessoas normais.

Como não se impediu a tempo que êste preconceito se formasse, êle surge inevitavelmente no indivíduo e depois só a muito custo se consegue destruí-lo. Uma disciplina que contribue para a formação do indivíduo deve, desde o início, ter um sentido. Embora seja difícil encontrar uma maneira de começar, acessível, sobretudo, à gente môça, é todavia indispensável descobri-la, pois, doutro modo, nunca será fecundo o trabalho de horas, semanas e anos, que se seguirá.

Examinemos agora a questão principal: Que é a Matemática? Como chegar até ela? Como dominar o mêdo que ela inspira? E que se lucra em consegui-lo?

Procuremos responder a estas preguntas com espírito largo e imparcial, mostrando até que ponto tal mêdo é justificado, e como, tomado num sentido mais amplo e elevado, é absolutamente destituído de fundamento. Para isso, teremos de desfazer um sem-número de equívocos, dentre os quais trataremos os mais importantes um pouco mais desenvolvidamente.

O primeiro grande equívoco, pelo qual a Escola é, em grande parte, responsável, consiste em considerar a arte de calcular e a Matemática iguais na sua essência ou, pelo menos, coisas semelhantes, como se a Matemática não fosse mais que a continuação da taboada. Que isto é inteiramente errado, prova-o já o facto externo de se poder ser bom matemático e todavia mau calculista, facto que é confirmado pelo caso de grande número de matemáticos célebres. E, ao contrário, ninguém, falando a sério, pretenderá que haja sido um grande matemático qualquer dos grandes calculistas, que aparecem de tempos a tempos e se exibem publicamente, sendo por vezes até encarregados oficialmente de realizar importantes trabalhos de cálculo, como Adam Riese ou Zacharias Dase. Do que fosse Matemática não tinham êles, na maior parte dos casos, a mínima ideia. Não, o calcular é uma questão de prática, tanto nos assuntos particulares, como nos oficiais, quer se trate dum funcionário

contabilista, da dona de casa ou do criado de restaurante : é uma habilidade, quási podíamos dizer, uma habilidade de mãos, pois que, de facto, o homem começou a calcular pelos dedos das mãos. E, se no homem civilizado a cabeça já há muito substituiu a mão, nem por isso o cálculo de cabeça ou com o lápis e papel deixa de ser uma habilidade que, a pouco e pouco, degenera em instinto e em hábito. Isto basta para mostrar o que há de ridículo em falar de cavalos que pensam, só pelo facto do homem lhe atribuir esta habilidade instintiva que nada tem que ver com o pensamento.

A Matemática é, porém, algo de elevado e sublime ; pelo seu acentuado carácter de generalidade, quási iguala a rainha das ciências, a Filosofia, e, sob certos aspectos, de que adiante falaremos, é-lhe mesmo superior. E êste facto em nada se altera pela circunstância da Matemática, por vezes, ou, se o quisermos, frequentemente, se servir do cálculo, pois isso nada tem que ver com a sua íntima essência. De igual modo, se eu utilizar um comboio para chegar rápida e còmodamente ao meu destino, isso não quere dizer que eu seja necessàriamente um comboio.

Queremos ainda dizer algumas palavras acerca do papel que a arte de calcular desempenha na Matemática, para destruirmos uma objecção que é bastante frequente. Como já dissemos, o calcular torna-se, a breve trecho, uma actividade instintiva. Mas, pelo contrário, é um êrro grosseiro, que não é mais que o resultado duma sorte de prestidigitação, dizer-se, como tantas vezes sucede, que o convívio com a Matemática mecaniza o espírito, tirando-lhe a liberdade e impondo-lhe uma dada norma. Coloca-se, sem cerimónia, a Matemática no lugar da arte de calcular, e assim se desfigura o sentido de tôda a questão. É verdade que, na Matemática, se podem fazer mecanicamente os cálculos acessórios, quási sem intervenção do espírito, mas isso constitue precisamente uma vantagem, porisso que o espírito, não estando constantemente sobrecarregado de trabalho secundário, se pode aplicar ao que é verdadeiramente espiritual. Dá-se qualquer coisa de semelhante ao que se passa com o bom pianista, que, senhor da técnica da obra que interpreta, pode, durante a execução, imprimir-lhe livremente tôda a sua alma.

O segundo equívoco consiste em incluir a Matemática 110 mundo da matéria; em considerá-lo, portanto, uma ciência da Natureza ou, quiçá, uma auxiliar desta e da técnica, o que equivale a dizer que a Matemática nada tem que ver com as ciências do Espírito. Ora se há realmente afirmação de espírito humano que possa ser ba-

nida do domínio das ciências do Espírito — e nunca é demais combater tal ideia, — a Matemática seria, de todas, a mais injustamente excluída. Se bem que tenha forma diferente, ela é a irmã da Filosofia. E só com flagrante injustiça se poderia impor à Filosofia a observância de determinadas fronteiras. Muito poderíamos ainda dizer acêrca deste assunto; achamos, porém, preferível, abster-nos e passar imediatamente ao nosso lema.

II

VEJAMOS, pois, o que é a Matemática, visto ser esta a questão principal. Com efeito, antes de lhe darmos solução, não nos é possível tratar o problema do mêdo que a Matemática inspira. Vamos, portanto, dar, uma após outra, três respostas diferentes a essa questão, para que se veja, o mais intuitivamente possível, qual é a essência da Matemática.

A primeira resposta que se nos oferece, podemo-la referir de modo breve, visto ser evidente e não trazer propriamente nenhum esclarecimento importante ao problema em questão. Ei-la em tôda a sua simplicidade: a Matemática é uma *ciência*. Ora isto todos nós sabemos e, se não tencionamos dedicar-nos a esta ciência como especialistas, a questão, no fundo, não nos interessa. Há todavia a considerar que, em alemão, Matemática quere verdadeiramente dizer ciência e que, portanto, encarada deste ponto de vista, a Matemática não é *uma* ciência, mas sim *a* ciên-

cia. Se é certo que a linguagem quási nunca encerra verdade absoluta, contém sempre, no entanto, um grãozinho dela. E aqui deve dar-se êsse caso. Demais, o facto é confirmado pela opinião de grandes pensadores, dos quais apenas citaremos um — Emmanuel Kant, autor da conhecida afirmação de que "cada ciência só contém ciência verdadeira na medida em que contém matemática„. Mas não esmiucemos êste assunto e admitamos o ponto de vista vulgar de que a Matemática não é mais do que uma ciência como qualquer outra, tal como a Teologia, a Jurisprudência ou a Filosofia. Quem tiver mêdo duma destas ciências, resignar-se-á, até certo ponto, dizendo que o assunto não lhe diz pessoalmente respeito, pois que ninguém está, de qualquer forma, obrigado a conhecer mais de perto uma ciência como tal, isto é, como uma das muitas especializações da vida espiritual do homem.

E assim, passamos imediatamente à segunda resposta: a Matemática é uma *língua* como a alemã, a inglesa ou a chinesa. Ora uma língua tem, naturalmente, de aprender-se, mas a maneira como se aprende e as dificuldades que se nos deparam diferem muito, segundo as circunstâncias e os objectivos que se têm em vista. Na escola de tipo humanista, por exemplo, pretende-se sobretudo a formação do espírito. Por conseguinte, o modo de ensino adapta-se a êste fim e não visa à perfeita aprendizagem da língua em questão, para ser usada na prática. Assim, se um aluno, ao terminar o curso, não está geralmente em condições de se fazer compreender em qualquer país estranjeiro, não tem, porisso, o direito de atribuir à Escola a culpa do facto. Na escola de tipo moderno, já a situação é um pouco melhor, se bem que também aqui os resultados muitas vezes se ressintam de um sistema que acusa j a tradicional falta de ligação com a Vida. A língua que a criança aprende mais facilmente, quási i a brincar, é aquela que ouve na rua ou no trato quotidiano: é, portanto, a língua do ambiente que a cerca, ainda mesmo quando se encontre longe da região, onde é falada a sua língua-mãi. As crianças das famílias que emigraram para a Argentina tornam-se perfeitas espanholas muito mais depressa que seus pais. E queremos ainda citar outro exemplo que nos é mais familiar: o mais educado cidadão do Hanovre, que vá viver para Lípsia ou Iena, a custo consegue evitar que, dentro de pouco tempo, os filhos mais novos falem respectivamente à maneira da Saxónia ou da Turíngia.

A linguagem matemática possue, porém, um certo número de privilégios que a colocam, a grande distância, acima de todas as outras lín-

guas. Antes de mais nada: é uma *língua universal.* O alemão, o russo, o italiano e o japonês falam, neste domínio, a mesma língua. Cada um deles compreende imediatamente o que o outro diz, sem necessidade de intérprete ou tradutor. E esta língua universal não foi, como o Esperanto, criada artificialmente por um homem ou por uma comissão para ser imposta ao Mundo: é uma língua universal natural, nascida da mais íntima natureza da observação e do pensamento humanos e construída com a máxima coerência; é tal como é — não em todos os seus pormenores, está claro, mas todavia no seu conjunto — e não pode ser de outra maneira. E se acaso, em qualquer outro corpo celeste, existissem seres capazes de pensar e observar, e pudéssemos comunicar espiritualmente com êles, seria a linguagem matemática, o único, ou — fazendo justiça ao faro dos filósofos — pelo menos, o mais viável e cómodo, meio de intercompreensão. A figura do teorema de Pitágoras ou as equações do campo electro-magnético, de Maxwell, construídas em dimensões gigantescas com flores de papoula, far-lhes-iam imediatatamente compreender que também aqui vivem seres dotados de razão e de capacidade de observação. Pelo que respeita ao teorema de Pitágoras, compreenderiam imediatamente a significação da respectiva figura geométrica, porque, entre êles, a Geometria seria idêntica à nossa, visto habitarem o mesmo mundo espacial que nós. Já com a Álgebra o caso não seria tão fácil, pois esta sempre se serve de sinais tirados de certos símbolos da linguagem escrita e falada do homem da Terra. Mas, após alguma reflexão, conseguiriam, sem dúvida, vencer a dificuldade e transladariam as equações, quer lhes fossem apresentadas com a fornia cartesiana, quer sob a forma vectorial, para a sua notação, provavelmente diferente da nossa no seu aspecto formal, mas concordante com ela quanto ao sentido.

Claro que também na linguagem matemática há diferenças, períodos de evolução e divergências, nos sentidos mais variados. Assim como há alemão antigo, médio e moderno, e, dentro de cada um destes períodos, se distingue, por sua vez, o alto do baixo alemão, de igual modo na Matemática existem as formas mais variadas: a Matemática elementar e superior, infinitesimal e estatística, a Geometria analítica e vectorial, e muitas outras. Todas estas formas se completam e fecundam reciprocamente. Quem sabe até se há ainda outras formas desta linguagem, de cuja existência, por enquanto, nem sequer se suspeita, visto como ainda nos encontramos num estádio relativamente jovem. Na verdade, seria mesmo muito possível que os habitantes de Marte com-

preendessem os nossos símbolos, mas se rissem deles, por os considerarem antiquados e nem de longe comparáveis aos que êles próprios possuíssem.

Seja como fôr, a Matemática é uma língua. E uma língua qualquer pessoa pode aprender com perfeição, desde que haja dominado o mêdo e tenha a vontade firme de o fazer. Veja-se o caso do grande matemático Gauss, que conseguiu aprender a fundo o russo em algumas semanas, só porque lhe tinham dito que era uma língua extraordinariamente difícil. Se eu domino a língua da Matemática, deve êle ter pensado, que dificuldades pode apresentar para mim uma língua vocabular? Há, contudo, certa diferença entre as diversas línguas, no que respeita aos órgãos de que se servem. Mas também neste ponto a Matemática leva decidida vantagem. Para se falar bem o inglês ou o espanhol, é necessário colocar a língua e o palato numa posição diferente e fazer actuar estes órgãos de modo diverso daquele a que estamos habituados na nossa língua-mãi. Ora nem tôda a gente consegue obter perfeitamente essa posição; a maior parte das pessoas conservam um acento alemão. Para a língua matemática, pelo contrário, não são precisos os dentes, os lábios, a língua ou o palato. O único órgão que aqui entra em acção é o órgão do pensamento, o cérebro. E êste órgão funciona em todo Mundo da mesma maneira: Não se pode, por exemplo, tratar a Matemática alemã com um acento japonês.

Na verdade, o cérebro tem duas funções distintas, as quais todavia se interpenetram constantemente: pensar e observar. A estas duas funções correspondem os dois grandes ramos da linguagem matemática: por um lado, a Matemática em sentido restrito ou Álgebra, por outro, a Geometria. Esta última, além do órgão central, serve-se, está claro, também do aparelho visual receptor, mas êste é essencialmente o mesmo em todas as raças e povos. Se o homem do Extremo Oriente, artisticamente, vê as coisas de maneira diferente do europeu, as vê mais em superfície — e, portanto, de acordo com a constituição física do ôlho — do que com a inteligência, isso todavia nada tem que ver, pelo menos directamente, com a questão de que estamos tratando. Mau seria para a língua matemática, se ela, de acordo com as suas duas funções — pensar e observar, se dividisse em duas partes distintas, e a observação falasse uma linguagem, na sua essência, diferente da do pensamento. Felizmente — e o facto não é mera obra do acaso, mas sim consequência da ordem universal perfeitamente regulada — tal perigo não existe. Pelo contrário, onde

quer que ambos sejam aplicados, o pensamento e a observação conduzem, afinal, sempre aos mesmos resultados, a-pesar-de tôda a oposição que possa existir entre os seus métodos e da diferença das fases intermédias do processo intelectual. E é justamente a linguagem exacta da Matemática por um lado, e da Geometria pelo outro, que nos revela esta identidade existente entre ambos, de maneira muito mais perfeita do que o poderia fazer qualquer outra língua.

A cada proposição da Álgebra corresponde uma proposição da Geometria e vice-versa; e, na aplicação aos fenómenos reais, pode quási sempre substituír-se um método ao outro. Basta lembrarmo-nos de um exemplo relativamente elementar: a Óptica prática, o cálculo prévio de instrumentos ópticos. Neste caso, pode sempre escolher-se o método do cálculo ou o do desenho, e, confiando em que, no fundo, ambos resolverão o problema, preferir-se-á aquele que parecer mais adequado ao fim em vista, desde que, está claro, dê a garantia de ser suficientemente preciso. Do mesmo modo, um físico japonês, por exemplo, serve-se do inglês, quando reconhece que, nesta língua, pode exprimir melhor aquilo que tem para dizer. Noutros casos, porém, a escolha recairá, pelo contrário, na língua que prometa ser a mais eficaz para atingir *o* objectivo que se almeja, digamos, por exemplo, para se conseguir a maior expansão e vulgarização das ideias expostas. Foi o que sucedeu com Dante Alighieri que, após longa hesitação, se decidiu a empregar no seu monumental poema a língua italiana da vida corrente, em vez da latina, que era então geralmente usada na Poesia.

As duas variantes da linguagem matemática de que falámos, a compreensiva e a visual, a algébrica e a geométrica, apresentam, a-pesar-de tôda a oposição existente, algo de comum com a linguagem vocabular. Assim, chegamos agora a um ponto de especial importância nas nossas considerações.

As línguas vocabulares enfermam de muitos defeitos, umas em grau mais elevado que outras, é certo, mas todas elas de modo, por vezes, fatal. Mas há, sobretudo, duas deficiências que é preciso salientar. A primeira é a sua prolixidade, que torna extraordinariamente difícil abranger todo um conjunto de hipóteses e afirmações, sujeitos, objectos e predicados, provas e conclusões, e, por último, ainda verificar a razão de ser, o sentido e a certeza do resultado. Com efeito, até nas mais simples afirmações da linguagem vocabular a prolixidade actua de forma muitas vezes bastante prejudicial. E isto é ainda grandemente agravado, por virtude da segunda

deficiência fundamental, que queremos apontar, ou seja o facto de, em nome de uma falsa Estética, em muitas línguas se separarem por completo umas das outras — não raras vezes de maneira artificial e forçada — coisas que deviam estar juntas. E quantas vezes essa separação é feita por coisas absolutamente secundárias que nos é grato introduzir, por assim dizer, como acessório, mas que, colocadas de permeio, dão tratos de polé à paciência do ouvinte ou leitor. / Suponhamos que quero contar o seguinte: *No decorrer duma excursão que fiz com minha mulher por um vale alpino, vi,* — note-se êste "vi" — *num lindo dia de verão, por volta do meio-dia, quando o Sol se encontrava na máxima altura, tendo subitamente aparecido nuvens de trovoada e começado a caír um aguaceiro com o céu quási limpo,* — nesta altura já se pressente a impaciência do leitor, que naturalmente ainda tem na memória o começo da frase, sobretudo o "*vi*" — *formar-se um arco-íris de aspecto soberbo,* — só agora veiu finalmente a solução — *não no céu como é costume, mas sim, devido à altura do Sol, em baixo, na pradaria que cobria o vale no ponto em que nos encontrávamos.* Das duas palavras essenciais desta frase, uma — *vi* — está quási no princípio, e a outra — *um arco-íris* — quási no fim, e entre ambas lança-se uma verdadeira torrente de vocábulos, dos quais só alguns são essenciais. Outros, porém, como, por exemplo, o ter minha mulher estado lá comigo, são absolutamente supérfluos, pois, doutro modo, teríamos de admitir que, se minha mulher estivesse ausente, o fenómeno natural se não teria dado. A construção positiva e concisa da frase em questão seria, evidentemente, a seguinte: *Eu vi. O quê ? Um arco-íris. Onde ? Não no céu, mas no prado. Porquê ? Porque o Sol estava na máxima altura.*

A prolixidade e a fragmentação da língua dão-se, de modo idêntico, em todas as formas de que essa mesma língua se serve para se exprimir, embora em cada uma delas de maneira e em medida diferentes : na língua falada — e dentro dela há ainda que fazer distinção entre linguagem solene e corrente ; na língua escrita, em que há, é certo, o recurso à análise e à verificação posterior ; e, finalmente, no solilóquio mudo, pois que também o pensar íntimo, e a tal respeito não há que ter ilusões, se apoia na linguagem. Com efeito, não existe pensamento sem linguagem, c a dificuldade reside só em saber qual a língua em que se pensa. Não raras vezes, no decorrer de longas viagens por países estranjeiros, nos surpreendemos a pensar na língua do

país em que nos encontramos, sem que isso, de qualquer modo, seja necessário, pois que ninguém nos ouve. A verdade, porém, é que o contacto permanente com os naturais depressa nos impõe automaticamente a sua língua. Nestas condições, o investigador escrupuloso, ao reflectir sobre estes factos, chega rapidamente à conclusão de que, para alcançar o seu objectivo com segurança e sem fazer desvios, tem de pensar aquilo que pretende analisar, compreender, explicar ou expor, não em linguagem vocabular, mas sim, logo de início, matematicamente.

Também nas ciências exactas se tem usado com frequência a linguagem vocabular, sobretudo em tempos passados. E ainda hoje isso sucede nos manuais escolares, em obras de vulgarização, etc., sempre por causa daquele horror à Matemática que se apoderou de largos sectores da opinião e que culmina sobretudo na ideia de que Matemática e vulgarização são duas coisas inconciliáveis. Ora é precisamente por se empregar a linguagem vocabular que a vulgarização da Ciência bastas vezes tem caído em descrédito. De facto, tal vulgarização, em vez de apresentar a verdade directa, é obrigada a circundá-la cautelosamente em espirais, e assim, em vez de se lhe aproximar, envereda, consciente ou inconscientemente, por caminhos laterais, onde existe francamente o perigo de se afastar dela cada vez mais. Em certos trabalhos de cunho antiquado foi propriamente a linguagem vocabular que, em muitos casos, teve a culpa de se haver introduzido, aqui e além, um elo defeituoso na longa cadeia que constitue a reflexão. Ora basta que um único dos muitos elos que compõem uma cadeia seja defeituoso, para que esta possa e tenha necessariamente de quebrar-se. Aquilo que, na linguagem matemática, é claro e conciso, dá, quási sempre, ocasião a dúvidas, equívocos e malentendidos, quando traduzido na prolixa língua vocabular. E não raro sucede o resultado saír completamente errado, em vez de ser, ao menos, aproximadamente certo. A êste respeito, citaremos apenas um dos numerosos testemunhos clássicos, mas um que tem realmente bastante pêso, visto ser de um homem que foi, primeiro que tudo, artista e, só depois, pensador. Referimo-nos a Leonardo da Vinci, a quem pertencem estas belas palavras: "Aquele que censura a alta sabedoria da Matemática, só se alimenta de confusão e nunca conseguirá impor silêncio às objecções da ciência sofistica, com a qual só se aprende um eterno berreiro„. Claro está que a linguagem matemática, quando utilizada para fins de vulgarização, terá de ser usada com cautela e apresentada duma certa maneira, mas, seja como fôr, tal vulgarização terá sempre

um carácter bem mais elevado do que aquela que até agora se tem feito.

Aos dois defeitos da língua vocabular, de que até aqui temos tratado, há agora que acrescentar mais dois. Um deles diz respeito aos múltiplos significados, ao carácter vago das diversas palavras e ainda à relação existente entre elas. Na língua matemática, cada expressão tem uma certa e determinada significação, correspondendo-lhe um conceito perfeitamente definido. Onde quer que ela apareça, é sempre igual a si própria. Há, é claro, casos em que foi necessário um certo período de esclarecimento, para que se estabelecesse o conceito e a sua expressão adequada. Basta pensar, por exemplo, no conceito de "racional„ em Matemática e no de "fôrça„ em Física. Mas, uma vez passado êste período preliminar, tudo é claro como cristal, inclusive a relação entre os diferentes conceitos e símbolos. Ora sucede exactamente o contrário na linguagem vocabular, na qual muitas palavras têm, sem exagero, uma dúzia de significações. E o facto de estas serem, em parte, intimamente aparentadas e se passar, portanto, imperceptivelmente, de umas para as outras, longe de facilitar, só serve para agravar a questão. Igualmente a relação das coisas entre si, para a qual a Matemática introduziu a noção de função, com tôda a sua segurança e variedade,

3|1002

é muitas vezes obscura e ambígua na língua vocabular, facto de que a Lógica nos tem, no decorrer dos séculos, fornecido inúmeros exemplos mais ou menos característicos. Mas queremos apenas citar aqui dois deles.

"Muitos cãis são pais, êste cão é o meu cão, logo êste cão é o meu pai„. A responsabilidade desta ridícula conclusão cabe evidentemente à ambiguidade da palavra *meu* que, num dos casos, exprime uma relação de propriedade e, no outro, uma relação de parentesco. Na língua matemática — se abstrairmos de alguns disparates insulados que há muito passaram à História — isto não pode dar-se, porque a duas significações diferentes correspondem igualmente, *e* sempre, dois símbolos diferentes.

Consideremos agora aquele célebre dito dum cretense: "Todos os cretenses são mentirosos." Como o próprio orador é cretense, a sua afirmação é falsa; os cretenses não são mentirosos, logo a afirmação é verdadeira, logo os cretenses são mentirosos, logo a afirmação é falsa, e assim por diante até ao infinito. O facto de, neste caso, não se poder chegar a um resultado, ou melhor, de tanto se poder chegar a um resultado como ao oposto, é devido à ambiguidade da palavra *mentiroso*. *é* Um mentiroso é uma pessoa que diz sempre mentiras ou uma pessoa que às

vezes as diz? É evidente que é esta última que se quere significar, pois que a existência da primeira dificilmente seria possível. E, todavia, ela é aqui tacitamente admitida. Se um cretense afirma que os cretenses são mentirosos, acreditamo-lo de bom grado, embora, é claro, não possamos confiar em absoluto no que diz.

Mas onde o carácter deficiente da linguagem vocabular nos aparece mais flagrante — e é êsse o quarto e último defeito que queríamos apontar — é nas determinações quantitativas. Neste capítulo, a língua possue certamente um sem-número de expressões, mas todas elas têm apenas uma significação aproximada, muitas vezes de natureza puramente sentimental. Ê frequente faltar a indicação decisiva, que daria à afirmação um sentido perfeitamente determinado. Veja-se, por exemplo, a seguinte série de designações: bastante grande, muito grande, muitíssimo grande, extraordinariamente grande, enorme, gigantesco, colossal, etc. Afinal, que quantidade se pretende indicar com tais palavras? Uma tarde, estávamos sentados no pátio duma herdade, tomando café, na companhia de outras pessoas. À nossa volta juntaram-se alguns pombos, para apanharem as migalhas. A conversação cessou e um de nós disse: "Os pombos são, ainda assim, uns animais *relativamente* grandes!„ Eis uma afirmação, por certo, incontestável, pois, pelo *relativamente grande*, podem entender-se as coisas mais diversas: Comparados com os pardais, os pombos são muito grandes; comparados com os gansos, são muito pequenos. A frase queria, porém, exprimir ainda outra coisa: Que os pombos, vistos de perto, parecem maiores do que a distância e que, porisso, são maiores do que a gente geralmente pensa. Na língua matemática, a grandeza verdadeira e aparente das coisas é definida por relações simplicíssimas e, todavia, de valor exacto.

Mas façamos ainda outra coisa : Abramos um tratado de Culinária e leiamos a seguinte frase: "Aqueça-se a mistura durante algum tempo, mexendo levemente; deixe-se repousar um pouco e prepare-se com ela um molho bastante grosso de agradável côr castanho-amarelada.„ Que significa aqui *algum tempo* (três semanas também são algum tempo)? Que quere dizer *mexer levemente ?* Que é *bastante grosso ?* E *castanho-amarelado ?* Para sermos exactos, teríamos de indicar o tempo em minutos, exprimir a "mexedura" em unidades de energia, determinar a "grossura" com um viscosímetro e caracterizar a côr castanho-amarelada, por exemplo, segundo a escala de cores de Ostwald.

À medida que uma ciência progride, contenta-se, cada vez menos, com a verificação qualitativa e exige, cada vez mais, a quantitativa; utiliza, cada vez menos, a linguagem vocabular, ao mesmo tempo que a inteligência e formulação matemáticas das coisas se lhe impõem cada vez mais. Kant, ao considerar, como dissemos, a formulação matemática como a pedra de toque da verdadeira Ciência, pensava precisamente que era indigno desta contentar-se com determinações puramente qualitativas e, ainda por cima, muito vagas, dada tal limitação. Aquilo que só se pode dizer de maneira obscura e imprecisa é melhor não se dizer; razão suficiente para que todo aquele que se queira dedicar à verdadeira Ciência, ainda que seja apenas de modo receptivo, se não limite a aprender francês e inglês, para apreciar e compreender no original o labor alheio e propagar as ideias próprias para além das fronteiras relativamente estreitas da sua pátria, mas igualmente se assenhoreie da língua universal da Ciência no sentido mais amplo da palavra, isto é, da Matemática. A maneira mais simples e feliz de tal se conseguir seria, se existisse no Mundo um país denominado *Mathemática*, onde a Matemática fosse a língua das relações quotidianas. Mandar-se-iam então para lá as crianças ou os adolescentes, para fazerem um estágio de um ano, e, quando regressassem, viriam perfeitos matemáticos. Mas, como não existe, nem nunca existirá, tal país, temos de conformar-nos com aprender pedagogicamente. A dois pontos deve obedecer êste novo plano : Deve-se começar cêdo, na idade em que o órgão do pensamento apresenta maior capacidade de recepção e maleabilidade, e fazer a aprendizagem com um sentido, e nunca mecanicamente; deve-se educar e estimular mais do que ensinar e impor; deve-se, desde início, evitar que, de qualquer modo, surjam os sentimentos de mêdo, aversão ou indiferença, resultantes da ignorância ou do conhecimento por obrigação. E isto só se consegue, esclarecendo espontaneamente o sentido do objecto que se estuda.

A moderna teoria da Relatividade fornece-nos o exemplo talvez mais flagrante e actual da insuficiência da linguagem vocabular, quando se trata de qualquer coisa fundamentalmente nova, em que é necessário compreender uma exactidão verdadeiramente revolucionária. Com efeito, esta teoria tem sido divulgada em numerosos escritos e conferências, mas, sejam quais forem as diferenças de qualidade que possa haver entre os referidos trabalhos, nenhum deles nos pode, de modo algum, dar uma formulação exacta da nova concepção do Universo, enquanto timoràtamente, evitar formulá-la matematicamente. E o triste resultado final é os leitores mais inteligentes

julgarem que ficaram percebendo a questão, quando, na verdade, lhes foi dado gato por lebre.

Se, depois disto, alguém nos viesse declarar triunfante: “Eis os inconvenientes da vulgarização!„, tal afirmação seria um êrro rematado e viria mesmo ao encontro do problema. O êrro está precisamente em considerar a Matemática e a popularidade como duas coisas que fundamentalmente se excluem. Não. Assim como a Música se pode tornar popular, o mesmo sucede com a Matemática. E justamente a teoria da Relatividade oferece-nos disso um exemplo tanto mais edificante, quanto é certo que a “bagagem„ matemática necessária para a sua perfeita compreensão — pelo menos, no que toca à teoria da Relatividade restrita — é tão extraordinariamente simples, que qualquer pessoa mediocremente inteligente a pode adquirir, só disso a impedindo o mêdo da linguagem matemática, já nela enraizado.

Por último, só mais uma observação : Poder-se-ia opinar que o demasiado é inimigo do bom, e exigir uma limitação; pedir, por exemplo, que nos restringíssemos, como, à primeira vista, parece natural, àquilo que comummente se designa por Matemática elementar, ou seja, àquilo que se aprende na Escola média e que logo se esquece daí a pouco. Ora nada seria mais erróneo do que muito mais penosos são, como se compreende, os embaraços do cérebro. Ora é muito natural que esses pequenos acidentes se dêm, com maior frequência, nos exercícios da linguagem matemática, pelo menos nos primeiros tempos. E assim, eis-nos em presença de um novo motivo para aquele mêdo de que falámos: O mêdo das dificuldades, dos deslises ou mesmo do fracasso completo. Levado por êste sentimento de mêdo, o indivíduo pregunta a si próprio se o resultado obtido estará em proporção razoável com o esforço dispendido e com o tempo que se sacrificou, visto a língua não ser propriamente um fim em si, mas simplesmente a ponte de passagem para coisas diferentes e novas. Porisso, vamos agora considerar a Matemática ainda sob um terceiro ponto de vista, nomeadamente como sendo uma *arte*.

Existe, como se sabe, um grande número de artes e muitas delas se podem muito facilmente comparar à Matemática. Vamos principiar por uma em que já falámos — a arte culinária. Mas antes desejamos pedir ao leitor que deste facto não conclua erradamente ser esta a arte com que estamos mais familiarizados. Recordamo-nos ainda de, nos nossos tempos de rapaz, ter conhecido um cozinheiro, que ao ser felicitado pela sua arte, depois de qualquer jantar de cerimónia, declarava, fazendo um gesto de quem repele o cumpri-

mento: "Ora aquilo que a gente deita é o que sai." E assim sucede também com a Matemática, que não é uma arte criadora, mas sim elaboradora. Porisso, por mais complicados que sejam os métodos de que se serve, para, a partir dos dados iniciais chegar ao resultado final, tudo está contido em germe naqueles dados. O processo consiste mèramente "em cozinhar os ingredientes crus„ o que, neste caso, equivale a dizer: diferenciá-los ou integrá-los, agrupá-los ou combiná-los, separá-los ou analisá-los. Ora isto realiza-se por um processo verdadeiramente artístico. Ê necessário utilizar todos os recursos de que dispomos. E, se bem que também para isso haja receitas — tal como na Culinária, todavia, o trabalho principal fica sempre reservado à habilidade individual do artista e o sucesso depende, em última análise, da maneira superior como êle domina a matéria e ainda dos métodos que emprega.

Agora dirá o leitor, com certo alívio e satisfação: "Ora aí está I Tu comparas a Matemática a uma das artes mais inferiores e, ainda por cima, àquela que constitue para a maior parte dos homens uma das mais desagradáveis ocupações (o cultivá-la, bem entendido, e não o gozá-la).„

Desde já pedimos desculpa, mas devemos declarar que consideramos tal objecção inadmissível e superficial. Em primeiro lugar, porque houve, em todos os tempos, indivíduos ricamente dotados que cozinharam com especial entusiasmo, e não são pouco os acepipes que têm nomes de pessoas igualmente notáveis sob outros aspectos. Demais, esta distinção entre artes inferiores e superiores é uma questão bastante melindrosa. Com efeito, na Vida, sobretudo o que importa é a maneira como uma coisa é feita: se é imperfeita ou se possue a máxima perfeição, se é feita por dilettantismo ou por dever de ofício. E, quanto à Culinária — temos em mente a Culinária no sentido mais lato, a começar na mais simples, mas nem porisso menos útil, preparação dos alimentos, estamos certos de que logo se mudará de opinião a seu respeito, se se meditar que o género humano, enquanto se alimentou dos produtos da Natureza em estado cru, e exclusivamente cru, se manteve no correspondente estado de crueza primitiva, e que o desenvolvimento da Civilização foi sempre, e em tôda a parte, acompanhado do requinte na alimentação. Este paralelismo é a tal ponto flagrante, que o actual refinamento excessivo da cozinha coincide com a era de decadência que já se pressente.

O que a Culinária é para a cultura do corpo humano, é-o a Matemática para a cultura do espírito. E quanto mais experimentadas foram as

receitas, quanto mais cuidadosa foi a sua elaboração, tanto maior foi a segurança com que a Ciência se ergueu à enorme altura já hoje atingida, que, como ó de presumir, está longe de ser definitiva. Quanto a saber se já aqui se revelam sintomas de excessivo requinte, que possam ser tomados como ameaça de decadência, é uma outra questão, cuja resposta seria certamente insegura, dado o carácter acentuadamente subjectivo e duvidoso dos factores a considerar. Aquele que digere crus os factos do mundo espiritual, não passa de um bárbaro, ao passo que aquele que lhes dá forma e elaboração sistemáticas se aproxima, cada vez mais, da altura espiritual. Neste sentido, a Matemática está absolutamente no mesmo plano das outras artes, da Poesia, da Música, das Artes Plásticas, que são a expressão mais elevada da Civilização. Porisso, vamos agora compará-las, cada uma de per si, com a Matemática.

Pelo que respeita à *Poesia*, é fácil a comparação. Vimos já que a Matemática é uma língua, uma língua, por assim dizer, "comprimida". Ora a Poesia serve-se igualmente da língua, da língua vocabular, está claro, como instrumento de expressão e está também, por assim dizer, confinada, "comprimida", dentro de certas exigências, neste caso de ordem estética. Esta identidade de ambas permite-nos, com razão, considerar a Matemática como Poesia, pelo menos, no sentido primitivo. Claro que também na Matemática há diversos "géneros„: a épica, o drama, o lirismo, mas aqui todas estas formas são perfeitas e concisas, de acordo com a natureza desta ciência. E se alguém sorrir intimamente desta tentativa de equiparar a "mais sêca" das ciências, a Matemática, à "mais úmida" de todas as artes, a Poesia, deixe que lhe digamos que êsse sorriso só provém do desconhecimento e, portanto, em última análise, do mêdo. Aquele que sabe ler a língua da Matemática é como o jovem Sigfredo: Pode travar diálogo com todos os pássaros da floresta e da campina; descobre segredos da Natureza que estão para sempre vedados ao homem que se confina na linguagem vocabular.

E a que deve Sigfredo esta superioridade em relação à grande massa? Aparentemente, apenas à circunstância de ter "lambido sangue„; verdadeiramente, há, porém, uma razão mais profunda: o não haver aprendido a ter mêdo. De igual modo, no domínio da Matemática pura e aplicada, brilham como estrelas de primeira grandeza aqueles homens que se libertam por completo de todo e qualquer mêdo e que, provindo muitas vezes de famílias de modestas ambições intelectuais, visam, sem temor, os mais altos objectivos, como

um Gauss ou um Faraday. E se, em nossos dias, um homem como Einstein é conhecido e célebre em todo o Mundo, deve-o certamente à sua inteligência, mas, mais ainda, ao seu destemor, pois não seria qualquer que tivesse concebido as suas ideias, à primeira vista tão paradoxais, que teria a coragem de as apresentar aos seus contemporâneos e exigir-lhes que as tomassem a sério e se lhes adaptassem. Veja-se o caso de Goethe que — já octogenário, é certo — selou cuidadosamente a segunda parte do seu Fausto, para só ser revelado à posteridade.

Aquele que dominar a língua da Matemática e a souber manejar em qualquer circunstância, obterá, sempre que faça **qualquer** pregunta à Natureza, a devida resposta. E esta resposta virá envolta num manto duplo e, todavia, unitário, o da Verdade e da Beleza, que em nenhuma obra de Arte se fundem tão bem, como aqui, numa unidade superior. Depois de tantas tentativas infrutíferas, é forçoso confessar que é, por assim dizer, impossível estabelecer uma definição global de Beleza. Temos, porisso, de contentar-nos com caracterizações singulares, que definam pelo menos, um lado essencial da questão. Se, neste sentido, dissermos que resulta Beleza da clara compreensão e perfeita formulação do pensamento fundamental, nesse caso as fórmulas da

Matemática superior representam um máximo de Beleza estética. "The greatest scientific poem", chamou Hamilton à "Mécanique Analytique„ de Lagrange. A mulher dum físico célebre viu um dia o marido sentado à secretária e mergulhado na leitura de um livro. A boa senhora sentiu, naturalmente, íntima satisfação por vê-lo tão feliz. Uma hora depois, tornou a debruçar-se-lhe sobre o ombro e qual não foi o seu espanto, ao verificar que êle tinha ainda na sua frente a mesma página de havia pouco. Como lhe preguntasse que fizera durante todo aquele tempo, êle respondeu-lhe: "Contemplei as equações do campo electrò-magnético de Maxwell e senti-me tão embriagado com a sua beleza que não pude despegar a vista„. E bastaria que dissesse "não pude despegar a vista„. Na verdade, quem assimilou a linguagem matemática, acha a língua vocabular pesada, obscura e prolixa, por grandes belezas que ela, a seu modo, possa conter. E muitos matemáticos houve que, levados por êste sentimento, tiveram períodos de verdadeiro laconismo. A filha de Abraão Mendelssohn, pai do compositor do mesmo nome, era casada com o matemático Dirichlet, um dos espíritos então mais em evidência na especialidade. Quando deste casamento nasceu um filho, o avô queixou-se de que o genro nem sequer lhe participara o nascimento do neto. Podia ao menos,

acrescentava êle, ter escrito : $2+1=3$! Por outro lado, nota-se o facto, à primeira vista surpreendente, mas perfeitamente compreensível, depois do que foi dito, de grandes matemáticos terem sido verdadeiros artistas da palavra, escrevendo num estilo que se caracteriza pela concisão e clareza. Basta que nos lembremos do alemão Lichtenberg e do francês Laplace.

Mas, afinal, por que nos torna o convívio com a Matemática tão felizes ? E por que motivo está esta felicidade defendida por uma muralha de mêdo que para tantos é tão difícil de transpor ?

Tudo isto se explica melhor por meio de uma comparação do que pela análise mais rigorosa: Muitas pessoas têm mêdo de saltar para dentro da água fria dum rio ou duma piscina ; a-pesar-disso, logo que conseguem vencer o mêdo e se atrevem a dar o salto, sentem-se bem na água, e é com verdadeiro pesar que de lá saem. Neste caso, o mêdo tem uma dupla causa : a princípio, o desconhecimento daquilo que pode acontecer ; depois, quando esta razão já não conta, a ideia da mudança súbita, a necessidade de suportar um curto período de desconforto, para alcançar o estado de prazer duradoiro. Este é, porém, largamente compensador : A frescura da água provoca uma confortante sensação de calor e o sentimento que então se apodera de nós é muito mais uniforme e perfeito do que aquele que nos dá o ar leve, agitado e sujeito a tôda a espécie de oscilações passageiras. Ora é perfeitamente semelhante a sensação de bem-estar daquele que conseguiu dominar o mêdo da Matemática e ousou dar o salto da língua vocabular para n língua matemática. Agora, sente-se penetrado daquela atmosfera uniformemente temperada que caracteriza o pensamento e a visão da matemática das coisas.

Doutra espécie e, quási, podíamos dizer, de natureza ainda mais íntima, é a relação entre a Matemática e a Música. Aqui o paralelo é muito mais nítido. A Música é sempre, até certo ponto, Matemática, e, inversamente, tôda a fórmula matemática é, de certo modo, uma forma musical. E não se objecte que, no matemático, entra em acção a razão lógica, ao passo, que no compositor, predomina a imaginação inventiva, pois ambas as actividades são essenciais tanto para um como para outro. As "melodias" iniciais, que o matemático compõe, não podem ser estabelecidas por qualquer espécie de lógica: Têm, sim, de ser compreendidas por intuição. E também na Matemática se pode ouvir distintamente o bater de asas da fantasia, precisamente em pontos de capitai importância. Por outro lado, ai do compositor que julgasse ser bem sucedido, sem atender

às leis que lhe impõe a razão lógica. De-facto, no decorrer dos séculos, sempre houve épocas, em que os maiores teóricos da Música e alguns compositores de génio foram matemáticos. E, nos últimos tempos, esta ligação, que durante algum tempo afrouxara, tem-se tornado, a olhos vistos, de novo mais íntima. É opinião muito generalizada a de que, nas obras de compositores que tiveram preparação teórica, tal facto se nota, com visível prejuízo para as mesmas. No entanto, verifica-se que, examinado mais detidamente, êste parecer se nos revela absolutamente errado. Nada pode, evidentemente, substituir a falta de ideias musicais, mas, de igual modo, estas, quando abundantes, só podem impor-se, desde que a sua forma e construção obedeçam a leis rigorosas. Neste sentido, tanto podemos admirar as criações de um Palestrina ou de um Bach pelo seu conteúdo de ideias e sentimentos, como pela perfeita construção matemática e harmonia das suas partes.

Mesmo abstraindo deste facto, sabemos que tôda a doutrina da Harmonia e da Melodia assenta nas leis rigorosas da Aritmética, e que nestas a actividade analítica da razão e a sensação sensorial caminham de mãos dadas, num surpreendente paralelismo. Sem um certo conhecimento das leis fundamentais da Aritmética e da Álgebra, é absolutamente impossível penetrar no maravilhoso mundo dos sons. E, a propósito disto, queremos aludir rapidamente a dois problemas que são, sem dúvida, os mais importantes.

Um deles diz respeito à escolha do *material sonoro*. Como é sabido, a Música não trabalha com sons ao acaso, mas sim com sons distintos e escolhidos, segundo certas exigências. Sejamos mais claros: Suponhamos que se trata da distribuição dos sons dentro duma oitava. Esta operação pode, naturalmente, fazer-se de maneiras muito diversas, conforme no-lo diz a História da Música, desde os tempos de Pitágoras até à actualidade. Mas, em qualquer dos casos, é preciso baseá-la num determinado postulado que se formula com exactidão e do qual se tem de deduzir matematicamente o modo de distribuição. As escalas diatónica, cromática, pitagórica, temperada e pura, são resultantes deste método. E usando êste processo, quanto mais nos quisermos aproximar da perfeição — relativa, está claro, pois não existe perfeição absoluta, — tanto mais difícil, mas ao mesmo tempo mais interessante, se torna o trabalho de construção. E não deixa de ser significativo que, em todos os tempos, músicos e matemáticos comparticiparam neste trabalho, auxiliando-se mutuamente.

Mas ainda mais elucidativo acerca do paralelismo entre a sensação sensorial e a análise matemática é o problema do *timbre*, ou seja o facto de dois sons, mesmo quando soam com igual altura e intensidade, poderem, todavia, produzir uma impressão especificamente diferente. Por exemplo, um dos sons produzido no órgão e o outro no violino, ou então ambos cantados, mas um com a vogal U e o outro com a vogal A. Para explicar êste facto, foram, há-de haver cerca de um século, estabelecidas duas teorias: a de Seebeck e a de Ohm. Segundo a primeira, o timbre depende da lei de vibração do ponto, cujas vibrações produzem o som; ou mais claramente, pelo método da representação cronográfica: o timbre está dependente da curva de vibração e varia consoante esta é sinusoidal ou não, consoante tem um, dois ou mais ventres de vibração e ainda segundo a amplitude destes. Segundo Ohm, o timbre depende, pelo contrário, da circunstância de todo o som, ao ser produzido, ser automaticamente acompanhado doutros sons, nomeadamente dos sons harmónicos do principal. E conforme estes sons harmónicos são mais fortes ou mais fracos, e sobretudo, consoante os primeiros são ou não os mais altos, assim varia o timbre. Esta teoria apoiava-se no facto de ser realmente possível, após algum exercício, ouvir e distinguir estes sons harmónicos. A luta entre as duas teorias não durou, porém, muito tempo, pois acabou por reconhecer-se, com surpresa, que ambas são apenas formas diferentes duma mesma teoria. A base de tal reconhecimento foi a *teoria das séries* de Fourier, já há muito estabelecida, e segundo a qual podemos representar cada função por uma série de funções seno, ou seja, graficamente falando, podemos representar cada curva só por simples sinusóides. Estas últimas são os sons parciais do timbre, a curva propriamente dita é o timbre total. O órgão auditivo e a inteligência matemática trabalham, por conseguinte, de modo, absolutamente paralelo. Ambos podem, desde que o queiramos, funcionar sintética ou analiticamente. Só quem conhece e compreende a teoria de Fourier está, portanto, em condições de avaliar e compreender êste belo testemunho da actividade espiritual do Homem. E não se pense que isso demanda grande esfôrço: desde que se siga um caminho adequado, a teoria das séries de Fourier não oferece para ninguém dificuldades insuperáveis.

Por último, lancemos um olhar para as Artes Plásticas. Também neste campo são notáveis os paralelos, tanto com a Álgebra, como com a Geometria. Mas são, como se compreende, estes últimos, neste caso, os mais íntimos. Basta lembrarmo-nos da abundância das figuras geométri-

cas e das suas leis rigorosas, para vermos a ligação que há entre a teoria das formas em Ciência e em Arte. Pense-se só, sem falar nos pormenores, na "secção áurea„ e nas proporções dos arcos orientais, românicos e góticos. Com efeito, a ornamentação de carácter puramente geométrico desempenhou, em todas as épocas, um papel de primacial importância na indústria artística, e igualmente, na Arte pura, a sua aplicação tem sido, por vezes, bastante interessante, facto de que nós próprios actualmente somos testemunhas. Os cristais, as diatomáceas e os radiolários são formas artísticas da Natureza, mas a beleza da sua lei de formação e a sua variedade só se podem compreender com exactidão, devido ao auxílio da análise geométrica e algébrica.

Sob um determinado aspecto, não há dúvida que a Matemática difere da maior parte das outras artes. Assim, em caso de necessidade, pode-se tocar piano, mesmo sem saber. E também se pode pintar, sem propriamente se saber pintar. Mas cultivar a Matemática, sem a dominar, é tarefa inútil. E agora chegamos precisamente a um ponto do nosso tema fundamental: o mêdo da Matemática, que é talvez de importância decisiva.

Receia-se o esforço necessário para vencer as dificuldades, segundo se crê, insuperáveis, e dá-se a desculpa de que "isso não está ao meu alcance„. Por que não fala o músico ou o pintor dilettante desta maneira? Evidentemente, porque estas artes são consideradas ao alcance de tôda a gente, ao passo que a Matemática inspira sagrado horror. Disto se pode a Matemática, de certo modo, orgulhar, e muitos matemáticos há que acham êste estado de coisas muito cómodo. Mas não há lugar para comodidades, quando se trata do interesse geral da Humanidade, e êste exclusivismo aristocrático deixa de ter tôda e qualquer justificação, quando tantos reclamam a sua iniciação. Assim, a frase "a Matemática para os matemáticos„ está no mesmo plano do conhecido e muito discutido conceito de "l'art pour l'art„. Tanto um como outro, só até certo ponto têm sentido. Quando, porém, êsse limite é ultrapassado, e se *diz* que o artista cria só para o artista e o matemático só para o matemático, então o conceito perde, por si próprio, todo o sentido e, ainda por cima, só presta um péssimo serviço ao Espírito, em cujo interesse julga agir. Pelo que respeita à Matemática, está claro que compete ao matemático de oficio cultivá-la na sua forma pura e só a êle isso deve estar reservado. Mas o não-matemático tem o direito, e mesmo o dever, de declarar a Matemática indispensável ao seu próprio ramo de actiyidade e de proceder em con-

formidade. Isto pode, porém, realizar-se de dois modos completamente diferentes: O não-matemático pode colaborar com o matemático para resolver o assunto em questão, de forma que um se ocupe da parte não-matemática e o outro da parte matemática. Mas, nestas condições, não é de esperar que daí resulte qualquer coisa com verdadeira unidade e perfeição. O outro método é mais difícil, mas igualmente prometedor: Consiste em o não-matemático adquirir as bases matemáticas suficientes. E não empregamos sem intenção o determinativo "suficientes„ pois não é, evidentemente, nossa ideia que êle abranja todo o domínio da Matemática. Chega perfeitamente que conheça, com segurança, as noções e métodos fundamentais e depois escolha os ramos de especiais que presumivelmente virá a servir-se na sua especialidade. Se acontecesse essa previsão revelar-se, mais tarde, demasiado limitada, poderia adquirir facilmente o que lhe faltasse, uma vez que estava senhor dos fundamentos. É fácil de ver que o tempo a destinar para êsse efeito não devia ir além de seis meses a ano e meio, consoante a natureza da especialidade em questão e as demais circunstâncias que houvesse a considerar. Convém também acentuar, mais nma vez, que êste tempo não era gasto no interesse exclusivo do saber especializado; era, independentemente disso, compensado pelo lucro espiritual, por uma compreensão e uma estimação mais claras, exactas e perfeitas da estrutura do Universo. E compreende-se que isso iria agora, por sua vez, reflectir-se, de modo benéfico, nos objectivos particulares que se haviam tido em vista, ao empreender a tarefa.

No âmbito deste opúsculo, é naturalmente impossível fazer a aplicação destas ideias gerais a cada ciência em particular. Todavia, não deixa de ser necessário fazer entre as diversas ciências uma selecção bem ponderada, para exemplificar, de maneira clara, a ideia e o sentido do que preconizamos.

IV

DA Astronomia, Física e Técnica, é quási supérfluo falar, uma vez que têm o seu triunfo assegurado e o consolidam diariamente, devido ao pensamento matemático e seus métodos. Porisso, nesta visão de conjunto, apenas daremos alguns exemplos dos mais característicos — um de cada uma das referidas ciências.

O planeta do nosso sistema solar que está mais afastado do Sol — o Neptuno, não foi descoberto com a vista, mas sim pela inteligência matemática (Leverrier e Adams). Só conduzida por esta, a vista armada de telescópio (Galle) pôde obter a confirmação que, sem tal indicação, sem dúvida se teria feito esperar ainda por muito tempo. Medite-se agora 110 que significa só o facto de um minúsculo cérebro humano, colocado no igualmente deminuto grão de ervilha que habitamos e a que chamamos Terra, ter descoberto que, a uma distância que ultrapassa tudo quanto se possa imaginar, se move à volta do Sol um corpo celeste ainda desconhecido que, com a sua fôrça de atracção, exerce influência no movimento dos outros planetas. Isto constitue, sem dúvida, razão para que sintamos respeito pela Matemática, mas é, ao mesmo tempo, um estímulo que nos leva a vencer o mêdo no sentido vulgar da palavra.

Vejamos agora um caso da *Óptica*. Um raio luminoso, em determinadas circunstâncias, ao passar do ar para um meio cristalino, não se refracta de maneira a dar origem a um novo raio ou a dois — não há, portanto, dupla refracção —, mas sim a um conjunto de raios, constituindo um feixe cónico: é a refracção cónica. Ora êste fenómeno foi igualmente previsto por meio do cálculo (Hamilton) e, só depois, observado a ôlho (Lloyd).

E na *Técnica*, foi, por exemplo, a caracterização matemática da função de magnetização e de histérese e, mais ainda, a análise geométrica das figuras que respectivamente as representam, isto é, a curva de magnetização e a curva de histérese, o factor que permitiu as gigantescas realizações da moderna Electrotécnica. A partir de então, a ciência técnica faz cada vez maior uso de formulações matemáticas, já utilizando a análise elementar e infinitesimal, já a álgebra analítica e o cálculo vectorial.

A *Cristalografia*, que é, com razão, considerada como um capítulo, e, digamos mesmo, o capítulo principal, da Mineralogia, foi, no decurso dos últimos cinquenta anos, elevada por duas vezes a um nível decididamente superior àquele em que até aí se encontrava: primeiro, devido à formulação matemática da teoria das variedades de simetria (Schoenflies); e segundo, graças ao conhecimento do grande e maravilhoso domínio das estruturas microcristalinas, que resultou da célebre descoberta de Laue. Ora isto constitue razão suficiente, quando muitas outras não houvesse, para que o mineralogista principiante se prepare matematicamente o melhor possível, se não quiser ver-se a cada momento em embaraços. Não queremos com isto deminuír, de forma alguma, o trabalho dos mineralogistas, mas não podemos deixar de dizer que êles se perdiam, havia bastante tempo, numa investigação mais propriamente de minúcia do que de valia. Com efeito, não há ainda muitos anos, dizia-me um famoso especialista do assunto que, no seu ramo, era quási impossível descobrir-se qualquer coisa nova que causasse sensação. Ora, decorridos apenas três anos, fazia o físico Laue a sua descoberta. E então, como era natural, logo numerosos cristalógrafos se lançaram com entusiasmo no novo e, por assim dizer, imenso campo de investigação, mas a maior parte só depois de haverem remediado à pressa, conforme lhes foi possível, as dificiências da sua preparação físicò-matemática.

Pelo que diz respeito à *Química,* o papel que nela desempenha a Matemática é, de ano para ano, cada vez mais importante. Com efeito, não há apenas numerosos livros sobre Química física; há já também alguns sobre Química matemática. Mas, para aqui, basta um exemplo. Escolhemos a lei da acção das massas de Guldberg e Waage, por nos parecer estar indicada por duas razões: Em primeiro lugar, porque não é possível formulá-la com exactidão, nem aplicá-la em determinados casos, a não ser dando-lhe um "tratamento„ matemático; em segundo lugar, porque êste tratamento matemático, ainda que pertença ao cálculo superior, mais precisamente ao cálculo infinitesimal, é afinal, no fundo, tão simples, que não é proeza nenhuma familiarizarmo-nos com êle e depois utilizá-lo.

Passemos agora à *Biologia,* ou seja à disciplina que estuda a substância viva e a sua organização nos reinos animal e vegetal, e especialmente no homem. Podemos e devemos, em primeiro lugar, dar relevo à *Anatomia* e a *Fisiologia,* tratando-as separadamente, visto como já em ambas a Matemática ensaiou as primeiras tentativas. Já deram o primeiro passo para vencer o mêdo da Matemática e há, por conseguinte, a esperança bem fundada de que, por êste andar, depressa farão progressos. Ainda me lembro perfeitamente do tempo em que discuti com Guilherme Roux a questão da estrutura da barbatana do golfinho, cuja formação obedece, de-facto, a surpreendentes leis analíticas e geométricas e, quando estudada mais profundamente, nos fornece as leis fundamentais da constituição orgânica. Êste órgão serviu mesmo a Roux como ponto de partida para a construção de tôda a sua mecânica da evolução. Roux não chegou a fazer propriamente uma formulação matemática impecável, mas, desde então, as coisas mudaram e, sem dúvida, mudarão ainda muito mais, se atendermos ao abundante material que o estudo da anatomia do homem, dos animais e das plantas nos fornece e ao entusiasmo com que alguns biólogos, pelo menos os mais jovens, fazem a sua preparação matemática.

A *Fisiologia* é o estudo das funções dos órgãos vivos. Já a própria palavra *funções* nos faz pensar na Matemática, na qual também se trata com funções, noutro sentido está claro, mas nem porisso se deixa de compreender facilmente onde e como os dois conceitos se encontram. Tomemos, porém, o exemplo mais geral que existe: A relação entre estímulo e sensação, que é representada por uma função. A cada estímulo corresponde, em determinadas circunstâncias, uma determinada sensação. A intensidade do estímulo mede-se fisicamente, em unidades de energia. Mas, para medir a intensidade da sensação, há que recorrer a um artifício, visto não ser possível a medição directa das grandezas psíquicas: Avalia-se o chamado limiar diferencial dos estímulos, isto é, a mínima diferença entre dois estímulos, mas suficiente para que sejam sentidos como diferentes, deixando imediatamente de o ser, logo que essa diferença fôr um tudo-nada mais pequena. E agora, tomando por base o *habitus* dos fenómenos psicò-físicos, estabelece-se a hipótese de que o limiar diferencial não é, para todas as intensidades de estímulo, *absolutamente* igual, mas sim *relativamente* igual, e que, por conseguinte, decuplicando a intensidade do estímulo, a sua grandeza será também decuplicada. Assim, temos a equação diferencial da lei fundamental da Psicò-física de Weber: $dE = c. (dR/R)$, em que *c* representa uma constante que aqui não nos interessa, *R* o estímulo, *E* a sensação e *dR* e *dE* acréscimos infinitamente pequenos destas grandezas. Se integrarmos agora esta equação, temos, dadas certas condições, a lei fundamental da Psicò-física de Fechner, na fornia integral: $E = c. \log R$, isto é, a intensidade da sensação não é proporcional à intensidade do estímulo, mas sim ao seu logaritmo; aumenta, portanto, muito mais lentamente e só começa quando o estímulo atinge um determinado valor final, o valor-limiar. Ambas dão resultados que, se bem que no pormenor apresentem variações mais ou menos fortes devido à intervenção doutros factores, todavia, no fundo, nos revelam, de forma luminosa, o mecanismo psicò-físico e, ao mesmo tempo, todo o *habitus* dos fenómenos sensoriais, motivo por que têm tido inúmeras aplicações em todo* o domínio dos sentidos, não só para determinar intensidades, mas também qualidades, como os sons e as cores.

Na *Biologia* em sentido mais restrito, porém, os métodos matemáticos têm encontrado fraco acolhimento se bem que esta ciência, há já algumas dezenas de anos, se haja sobretudo empenhado em estabelecer leis gerais. A *luta pela existência e* a *selecção sexual* deveriam, contudo, levar directamente ao estabelecimento de fórmulas matemáticas; e a lei fundamental da Biogenética, que, é certo, muita coisa útil tem produzido, só mereceria realmente o nome de lei, depois de uma formulação exacta. Mas onde se nos oferecem muitas possibilidades é na doutrina da *hereditariedade* e seus diferentes tipos, aos quais andam ligados os nomes de Mendel, Weismann, Vries e outros. E o mesmo sucede na *selecção artificial*, quer se trate de abastardar, quer, pelo contrário, de obter espécies puras. E um problema igualmente matemático é a doutrina das linhas genealógicas de ascendência, dos cromosomas, etc.

Muito elucidativo seria também o estudo das conquistas progressivas da Matemática no campo da *Geologia*. Como o objecto desta ciência é o estudo das formas da parte exterior da crosta terrestre, são inesgotáveis as possibilidades de operar geométrica e analiticamente. E, se acrescentarmos a isto os fenómenos periódicos, patenteiam-se-nos então novos domínios de trabalho, dos quais apenas queremos indicar um: O problema das épocas glaciais, que deve, é certo, ser tratado, tomando em consideração as configurações locais e a distribuição de forças. Todavia, é absolutamente indispensável como base uma teoria geral, que depois se desenvolveria, atendendo às condições locais. Ora tal teoria, já há cerca de quarenta anos, foi estabelecida, e até, quási simultaneamente, por dois sábios diferentes, mas mereceu, no entanto, pouca atenção, devido ao aspecto matemático de que teve necessariamente de revestir-se. Parte ela do facto de que a formação da neve depende de dois factores : da temperatura e da quantidade de águas meteóricas, portanto, em última análise, da humidade.

É, portanto, uma função de duas variáveis, mais precisamente: é função directa duma e inversa da outra. Em tais casos existe, como no-lo mostra uma fórmula matemática extremamente simples, um momento, em que a função toma o seu valor máximo: É êste o ponto culminante da época glacial. Mas êste momento depende, naturalmente, também das circunstâncias locais, e estas podem ser tais, que haja não um, mas sim dois ou vários pontos culminantes. Assim se conseguiu uma base sólida para todos os outros trabalhos neste domínio.

Deixemos agora as Ciências da Natureza e passemos às chamadas Ciências do Espírito. Já acentuámos que esta oposição não tem importância decisiva para o nosso problema. A Matemática está mesmo acima de tal contraste. Está claro que a aplicação da *língua* matemática ou, se preferirmos, da *arte* matemática, se torna cada vez mais difícil, à medida que aumenta a complicação das condições. Mas êste aumento começa, de-facto, ainda dentro das ciências da Natureza. Na Astronomia, tudo se passa relativamente da maneira mais simples, e daí o estado de adiantado progresso, em que se encontra esta ciência, a tal ponto que já se tornou profetiza dos acontecimentos futuros. E aproximadamente o mesmo se dá na Física. Mas, daí por diante, as condições tornam-se cada vez mais complicadas, sem que, todavia, neste acréscimo de complicação, se note qualquer salto extraordinário, ao passarmos das ciências da Natureza para as do Espírito. Pelo contrário: Também entre estas há disciplinas relativamente simples, como a Lógica, que já repetidas vezes, e com grande êxito, foram tratadas matematicamente. E tais esforços culminam na chamada *escrita de conceitos* de Frege, Peano e Schroeder, a respeito da qual muita coisa gostaríamos de dizer, mas somos forçados a omitir, para não exceder o âmbito que nos propusemos. Até mesmo um capítulo tão delicado e melindroso, como é a Ética, já foi por Spinoza revestido, pelo menos exteriormente, da forma matemática, se bem que vá ainda grande distância desde aí até uma íntima interpenetração.

Temos, porém, aqui de limitar-nos a escolher uma dentre as muitas ciências do Espírito. Daremos a preferência a uma, cuja ligação com a Matemática se patenteia espontâneamente: a *Economia*. Seria, de-facto, ridículo considerar um conceito como o da Economia apenas qualitativamente, visto êle ser, por natureza, de carácter quantitativo. Todos os conceitos particulares, que encontramos nesta ciência, são grandezas, no sentido matemático da palavra, e estão

em relação funcional uns com os outros. Disse uma vez, não sei quem, que, em questões de dinheiro, cessa a comodidade. Podemos parafrasear esta afirmação e dizer que, na ciência do dinheiro e dos seus valores equivalentes, cessa a comodidade da linguagem vocabular. Aqui deve e tem de começar a linguagem mais séria, da Matemática. Há, como se sabe, ramos especiais da Economia, como, por exemplo a ciência de seguros, que assentam, como é compreensível, num fundamento matemático e operam com métodos matemáticos e estatísticos. Insistir nisto seria voltar a um assunto já batido. Mas há ainda mais: Já várias vezes houve economistas que vieram da Matemática para a Economia e que, naturalmente, tiraram todas as vantagens de tal evolução cultural, como, por exemplo, Lexis. Duma maneira geral, porém, ainda predominam entre os especialistas os sentimentos de horror e declarada hostilidade, ambos naturalmente interdependentes. Por vezes até, há quem chegue a afirmar francamente que o tratamento matemático dos problemas económicos se revelou ineficiente e conduziu a falsos resultados, facto a que já nos referimos nas nossas considerações gerais. A isso apenas objectaremos que, se se houvesse procedido assim na Física, não existiria hoje o maravilhoso e imponente edifício da Física teórica, que contribuiu extraordinariamente para esclarecer e profundar o conhecimento que temos do Mundo. O polo sul só foi conhecido depois de muitas tentativas infrutíferas, depois de muitos sacrifícios. E com o Chomolunga, o ponto mais elevado da Terra, há-de suceder o mesmo. Ora está claro que também, na teoria matemática, os primeiros resultados são quási sempre imperfeitos ou, até mesmo, errados: É que, no início ou no decorrer do desenvolvimento dos problemas, não se ponderaram suficientemente os factores reais; é preciso remover estas faltas, tomar em consideração cada vez maior número de factores, até que o resultado corresponda à experiência. E mais ainda: Não será raro dar-se o caso de a contradição entre a teoria e a experiência não ser devida à primeira, mas sim à última que anteriormente fôra realizada com demasiada imperfeição e agora, repetida com mais cuidado, concorda, da maneira mais perfeita, com a teoria, já completamente triunfante. Mas, para não expormos tudo isto dum modo geral demasiado abstracto, vamos cingir-nos a três exemplos, tirados de ramos completamente diferentes da Economia e que se distinguem igualmente pelo método matemático empregado.

O primeiro é a *teoria da séde* das indústrias, a qual culmina na questão seguinte: Qual

é a séde mais favorável para o exercício duma exploração industrial? Tomemos aqui, é claro, o caso mais simples possível, por exemplo, o seguinte: a fábrica tem de ir buscar as matérias primas a um único e determinado local e a necessária energia também a um único local, mas diferente do primeiro; finalmente, coloca a sua produção num terceiro local, também único. Temos também de abstrair aqui de todos os outros factores, os quais, de-resto, em muitos casos, não desempenham papel importante. Há então que formar, com estes, três locais, um triângulo e dentro dêle procurar o ponto, para o qual as despesas de transporte D sejam um mínimo. Sendo T, s, t, as distâncias deste ponto àqueles três pontos, e a, b, c os números relativos de toneladas, respectivamente de matérias primas, energia necessária à exploração e produtos manufacturados, um valor mínimo será: $D = ar + bs = ct$. Para isto, fornece-nos o cálculo diferencial um método extremamente simples e, em seguida, podemos determinar a desejada séde por meio de construções geométricas igualmente fáceis. Se as condições forem mais complicadas do que aqui admitimos, podemos, a-pesar-disso, utilizar a teoria, desenvolvendo-a, e, assim, chegar a uma perfeita solução matemática de todo o problema. Alfredo Weber, que foi quem desenvolveu a teoria da séde, serviu-se para isso da colaboração dum matemático, que lha prestou do modo mais eficaz. Mas cabe agora preguntar : Seria isso necessário "? Não teria o próprio Weber, com a sua extraordinária inteligência, podido saber o "bocadinho„ de Matemática que neste caso foi preciso, se houvesse feito uma pequena preparação adequada ? E não teria então o todo resultado ainda mais satisfatório para êle próprio e aparecido aos outros com um aspecto ainda mais unitário e homogéneo ?

O segundo problema, bastante complexo, é o da *operação comercial* ou, como também se pode dizer, a operação de troca, pois o dinheiro também é afinal uma mercadoria. Segundo a opinião duma grande escola, inaugurada por Walras, Pareto e outros, e continuada depois por, numerosos economistas, a teoria matemática conduz aqui a uma concepção dos fenómenos económicos concretos que se aproxima muito mais da realidade do que todas as outras teorias até então estabelecidas. Como esta teoria matemática opera com grandezas constantes, portanto com o cálculo infinitesimal, tem-se-lhe objectado que comete um êrro, tratando grandezas variáveis como se fossem constantes. Todavia, tal objecção terá apenas a mesma importância que se lhe atribue nos correspondentes problemas da Física, se atendermos à

grande quantidade de casos e valores particulares das grandezas em questão. Os conceitos fundamentais, de que se parte, são : a utilidade duma mercadoria, o seu valor e o seu preço. Há também que tomar em consideração que o proveito que se obtém com a aquisição duma mercadoria, depende, em primeiro lugar, da quantidade dessa mercadoria que já possue, mas, em segundo lugar também dos factores do mercado. Finalmente, chega-se às equações fundamentais da doutrina da economia matemática que se podem resolver por métodos afinal bastante simples, e das quais se podem tirar abundantes conclusões. Tais conclusões, ou concordam directamente com a experiência, ou, senão, podem, com um maior aperfeiçoamento da teoria, ser-lhe perfeitamente adaptadas. Seja como fôr, irão reflectir-se, de maneira extraordinariamente proveitosa, nas medidas económicas. Em íntima ligação com êste problema, está também a teoria da *dispersão* normal, supernormal e subnormal, de Lexis, à qual não podemos aqui fazer referência mais pormenorizada.

O terceiro problema que escolhemos é ainda actual e refere-se às medidas para obstar à *mina monetária* em períodos críticos, como o que nós próprios sofremos há anos. No momento em que esta ruína tomou um ritmo acelerado, ou seja depois do fim da Guerra Mundial, várias pessoas preconizaram o sistema da moeda com valor oscilante como sendo urgentemente necessário, para evitar a ruína total do nosso sistema monetário e económico. Tal parecer foi até exposto, da maneira mais perfeita, numa obra ainda recentemente reimpressa, em que se demonstra, de modo convincente, que a moeda com valor oscilante pode, de facto, ter efeitos bastante perniciosos, quando usada arbitrariamente, mas que pelo contrário, teria consequências benéficas, se fosse regulada por determinadas leis. E essas leis poderiam perfeitamente deduzir-se e estabelecer-se matematicamente. Claro que isto talvez não houvesse sido um remédio soberano, mas teria, sem dúvida, evitado prejuízos mais graves. As vozes que tal reclamavam não foram, porém, ouvidas. Nenhum académico ou especialista, que então fizesse parte do corpo governativo, se quis arriscar neste *gêlo escorregadio,* como então se lhe chamava. Impediram-no o mêdo da Matemática e a absoluta falta de compreensão do sentido daquilo que se reclamava. E o natural resultado foi que, em vez da oscilação regulamentada, se deu a oscilação brutal e anárquica, com todas as suas consequências catastróficas.

E êste facto dá-nos ensejo para uma última imagem, com que queremos terminar as nossas

considerações: Sim, é verdade que a Matemática é gêlo escorregadio, mas só para aquele que receia colocar patins nos pés. Logo que tenha dominado êste mêdo e haja "aprendido a correr", o que, como se sabe, não é demasiado difícil, em parte alguma se moverá melhor, nem com mais segurança, do que sobre o gêlo escorregadio e cristalino da Matemática.

FIM

Alguns Cadernos da Colecção

M O fr A l C O '• D A   C U L T U R A

Á Formação da Terra

por Edgar Dacqué N.º 1001

Frof. da Univ. de Munique

Neste caderno vemos perpassar, diante de nós, os gigantescos cataclismos — verdadeiras revoluções da Matéria, cujas causas e efeitos, prolongando-se por tempo incalculável, imprimiram, à superfície do nosso planeta, a sua forma actual. A-pesar-do limitado âmbito da exposição, o Autor consegue transmitir ao leitor, de maneira admirável, um quadro plástico e completo das incessantes transformações da Terra, que não se sabe quando começaram, nem quando acabarão.

(ilustrado)

Á Infância da Arte

por Max Verworn N.º 1003

Frof. da Univ. de Bona

Conduz-nos esta obra às épocas remotíssimas da humanidade, aos tempos nebulosos em que os nossos antepassados arrastavam a vida nas condições mais primitivas. Já então, todavia, o homem tentava aformosear aquilo que o rodeava. E como a arte foi, desde sempre, o espelho do seu tempo, permite-nos esta "Arte dos Começos da Humanidade" formar uma imagem do que era, enfim, a vida dessa época.

(ilustrado)

Preço de cada Caderno Esc. 3$00